Acta Scientiarum 21(4):837-839, 1999.
ISSN 1415-6814.

A repulsão coulombiana não explica o fenômeno da explosão de fios

André Koch Torres Assis[1]* e Julio Akashi Hernandes[2]

Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, 13083-970, Campinas-São Paulo, Brazil.
E-mail: assis@ifi.unicamp.br; homepage: http://www.ifi.unicamp.br/~assis
E-mail: julioher@ifi.unicamp.br; homepage: http://www.ifi.unicamp.br/~julioher

RESUMO. Neste artigo, consideramos o fenômeno da explosão de fios que acontece quando flui uma alta corrente elétrica. Apresentamos o resultado da tensão coulombiana. Esta tensão é gerada pelo aparecimento de densidades de carga no fio, devido ao efeito Hall radial. Concluímos que esta tensão é várias ordens de grandeza inferior àquela necessária para romper um fio metálico.

Palavras-chave: efeito Hall radial, explosão de fios, repulsão coulombiana.

ABSTRACT. The coulombian repulsion does not explain the exploding wire phenomenon. In this article we consider the exploding wire phenomenon which happens when a high electric current flows in the wire. We present the result of the Coulombian tension. This tension is generated by charge densities in the wire, caused by the radial Hall effect. We conclude that this tension means several orders of magnitude smaller than the necessary one to break a metallic wire.

Key words: radial Hall effect, wire explosion, coulombian repulsion.

O fenômeno da explosão de fios é um exemplo da existência de forças longitudinais em circuitos metálicos, (Graneau, 1983, 1984, 1985a, 1987; Nasilowski, 1985; Aspden, 1987). Consiste em fazer uma corrente alta (de centenas a milhares de Ampères) passar em um circuito fechado por um segmento deste fio não conectado mecanicamente ao resto do circuito. Quando a corrente transita, o fio se parte em vários pedaços.

Há diversas opiniões sobre o assunto. A explicação mais comumente utilizada - a força longitudinal de Ampère (Graneau, 1985b) - não é válida para este caso: um circuito fechado não exerce força resultante longitudinal ao longo do circuito, de acordo com as forças de Ampère e Grassmann, (Assis e Bueno, 1996; Bueno e Assis, 1997a; 1997b; 1998a; 1998b).

Consideramos, neste artigo, a repulsão coulombiana ao longo de um fio cilíndrico, devido ao aparecimento de cargas livres no interior do condutor e na sua superfície. O aparecimento destas cargas é conseqüência do efeito Hall radial.

Efeito Hall radial

O campo magnético poloidal, devido à passagem de uma corrente elétrica no interior do fio, exerce uma força magnética nos elétrons de condução, em direção ao eixo de simetria do fio. Para que a corrente seja uniforme na seção reta (como é o caso presente de correntes estacionárias no tempo), deve existir uma força elétrica (de origem coulombiana) que anule a força resultante na direção radial. Outra forma de obtermos este raciocínio é escrevermos a lei de Ohm na forma mais geral $\vec{J} = g\left(\vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B}\right)$, onde g é a condutividade do material, $\vec{J}$ é a densidade de corrente, $\vec{B}$ é o campo magnético na posição da densidade de corrente, e $\vec{v}_d$ é a velocidade de *drifting* dos elétrons que constituem a corrente. $\vec{E}$ é o campo elétrico total na posição da densidade de corrente, com componentes longitudinal (que gera a corrente) e radial (que anula o efeito do campo magnético).

O problema consiste em um fio cilíndrico maciço uniforme, com o eixo z no eixo de simetria do cilindro. O fio tem raio a e comprimento l. Usamos a seguinte aproximação, onde r é a posição radial de observação da força:

$$l >> a \geq r \qquad (1)$$

A corrente i é uniforme na seção reta e estacionária no tempo. O campo magnético é dado por $\vec{B} = \mu_0 i r \hat{\varphi} / 2\pi a^2$, onde $\hat{\varphi}$ é o versor na direção poloidal e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ H/m$ é a permissividade magnética do vácuo. Neste caso, a força magnética é $\vec{F}_B(r \le a) = e\vec{v}_d \times \vec{B} = -\mu_0 |ev_d i| r\hat{r}/2\pi a^2$, onde $e = -1{,}6 \times 10^{-19} C$, é a carga do elétron. Esta força cria uma concentração de cargas negativas no fio. No equilíbrio, temos um campo elétrico radial $\vec{E}_r = -\mu_0 |v_d i| r\hat{r}/2\pi a^2$, que exerce uma força elétrica $\vec{F}_{E_r} = e\vec{E}_r$ ($e < 0$) e anula a força resultante radial nos elétrons. A solução para as distribuições de carga volumétrica ρ e superficial σ, a partir da lei de Gauss $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0$, é [ARM99]:

$$\rho = -\frac{|iv_d|}{\pi a^2}, \qquad \sigma = \frac{|iv_d|}{2\pi a}. \tag{2}$$

A densidade volumétrica ρ é constante em todos os pontos no interior do longo fio reto (na aproximação considerada aqui). Também σ é constante em todos os pontos da superfície do fio.

Repulsão coulombiana

Apresentamos neste artigo a tensão exercida por estas cargas ao longo do fio, e comparamos com valores experimentais. Para isto, consideramos o fio dividido em duas partes na posição z_0 do eixo z: parte A ($0 < z < z_0$) e parte B ($z_0 < z < l$). A tensão no fio (força longitudinal que a parte B exerce na parte A) é devida às densidades de carga ρ e σ. Para calculá-la, vamos usar a aproximação (1) e a aproximação:

$$z >> a \ge r, \qquad l - z >> a \ge r, \tag{3}$$

onde z é a coordenada longitudinal de um ponto na parte A ou na parte B.

A força que a parte B do fio exerce na parte A devido às densidades volumétricas de carga é:

$$\vec{F}_{\rho_B\rho_A} = \frac{\rho_A\rho_B}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{z_0} dz_A \int_0^{2\pi} d\theta_A \int_0^a r_A dr_A \int_{z_0}^l dz_B \int_0^{2\pi} d\theta_B \int_0^a r_B dr_B \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}^3}, \tag{4}$$

onde

$$\vec{r}_{AB} = (r_A\cos\theta_A - r_B\cos\theta_B)\,\hat{x} + (r_A\,\mathrm{sen}\,\theta_A - r_B\,\mathrm{sen}\,\theta_B)\,\hat{y} + (z_A - z_B)\,\hat{z}$$

e

$$r_{AB} = |\vec{r}_{AB}| = \sqrt{r_A^2 + r_B^2 - 2r_Ar_B\cos(\theta_A - \theta_B) + (z_A - z_B)^2}$$

Resolvendo as integrais, nesta aproximação, resulta uma força de repulsão da parte B na parte A dada por:

$$\vec{F}_{\rho_B\rho_A} = -\frac{\rho^2\pi a^4}{4\varepsilon_0}\left[\ln\frac{2(l-z)z}{la} + \frac{1}{4}\right]\hat{z}. \tag{5}$$

Executando cálculos semelhantes para a interação entre ρ_A e σ_B, σ_A e ρ_B, e σ_A e σ_B, temos:

$$\vec{F}_{\sigma_B\rho_A} = \vec{F}_{\rho_B\sigma_A} = \frac{2\sigma}{a\rho}\vec{F}_{\sigma_B\sigma_A} = -\frac{\rho\sigma\pi a^3}{2\varepsilon_0}\ln\frac{2(l-z)z}{la}\hat{z}. \tag{6}$$

A força total que a parte B exerce em A, ou a soma vetorial das forças (5) e (6), é repulsiva:

$$\vec{F}_{BA} = -\frac{\rho^2\pi a^4}{16\varepsilon_0}\hat{z} = -\frac{i^2\mu_0}{16\pi}\frac{v_d^2}{c^2}. \tag{7}$$

Discussão

Concluímos que existe uma tensão longitudinal repulsiva ao longo do fio, simplesmente devido ao fato de existir uma corrente uniforme no fio. Para ilustrar a magnitude das cargas (2) e da força (7), consideramos um fio de alumínio (densidade de elétrons $n \approx 6 \times 10^{19}/mm^3$) de raio $a = 0{,}6mm$, comprimento $l = 1m$, e uma corrente da ordem de $i = 6 \times 10^3 A$ (ou seja, com velocidade de *drifting* $v_d \approx 0{,}55\,m/s$). Isto resulta em densidades de carga da ordem de $\rho \approx -9{,}7 \times 10^{-9}\,C/mm^3$ e $\sigma \approx +2{,}9 \times 10^{-9}\,C/mm^2$, numa força da ordem de $F_{BA} = 3 \times 10^{-18} N$, e uma tensão da ordem de $T \approx 2{,}7 \times 10^{-18} N/mm^2$. Devido ao fato de que, para romper um fio de alumínio, são necessárias tensões da ordem de 50 a $500 N/mm^2$ (Gradshteyn e Ryzhik, 1963), concluímos que a repulsão coulombiana (7) não explica a explosão de fios.

Agradecimentos

Um dos autores, J. A. H., agradece ao CNPq pelo auxílio financeiro.

Referências bibliográficas

Aspden, H. The exploding wire phenomenon as an inductive effect. *Phys. Lett. A*, *120*:80, 1987.

Assis, A.K.T.; Bueno, M.A. Equivalence between Ampere and Grassmann's forces. *IEEE Transact. Magnet.*, *32*:431-436, 1996.

Assis, A.K.T.; Rodrigues Jr., W.A.; Mania, A.J. The electric field outside a stationary resistive wire carrying a constant current. *Found. Phys.*, *29*:729-753, 1999.

Bueno, M.A.; Assis, A.K.T. Proof of the identity between Ampere and Grassmann's forces. *Physica Scripta*, *56*:554-559, 1997a.

Bueno, M.A.; Assis, A.K.T. Self-inductance of solenoids, bi-dimensional rings and coaxial cables. *Helvet. Physica Acta*, *70*:813-821, 1997b.

Bueno, M.A.; Assis, A.K.T. *Cálculo de indutância e de força em circuitos elétricos*. Florianópolis/Maringá: Universidade Federal de Santa Catarina; Universidade Estadual de Maringá, 1998a.

Bueno, M.A.; Assis, A.K.T. Deriving force from inductance. *IEEE Transact. Magnet.*, *34*:317-319, 1998b.

Gradshteyn, I.S.; Ryzhik, I.M. *Table of integrals, series, and products*, 4.ed. San Diego: Academic Press, 1963.

Graneau, P. First indication of Ampere tension in solid electric conductors. *Physics Letters A*, *97*:253-255, 1983.

Graneau, P. Longitudinal magnetic forces. *J. Appl. Phys.*, *55*:2598-2600, 1984.

Graneau, P. Comments on 'equivalence of the Lorentz and Ampere force laws in electrodynamics'. *J. Appl. Phys.*, *58*:3638, 1985a.

Graneau, P. *Ampere-Neumann electrodynamics of metals*. Palm Harbor: Hadronic Press, 1985b.

Graneau, P. Wire explosions. *Physics Letters A*, *120*:77-79, 1987.

Gray, D. E. *American Institute of Physics Handbook*. New York: McGraw-Hill, 1963.

Nasilowski, J. A note on longitudinal Ampere forces in gaseous conductors. *Phys. Lett. A*, *111*:315-316, 1985.

Received on August 26, 1999.

Accepted on November 16, 1999.